Литература

1. Бляшке В. *Введение в геометрию тканей.* – М.: Физматгиз, 1959. – 144 с.

2. Goldberg V.V., Lychagin V.V. *Geodesic webs on a two-dimensional manifold and Euler equations.* // Acta Applicandae Mathematicae. – 04/2012; 109(1):5-17. – DOI 10.1007/s10440-009-9437-1.

3. Kruglikov B.S., Lychagin V.V. *Global Lie–Tresse theorem.* // Selecta Mathematica. – 02/2016. – DOI 10.1007/s00029-015-0220-z.

4. Kushner A.G., Lychagin V.V., Rubtsov V.N. *Contact geometry and nonlinear differential equations.* – Cambridge: Cambridge University Press. – 2007. – xxii+496 P.

5. Rosenlicht M. *Some basic theorems on algebraic groups.* // Am. J. Math. – 78. –401-403(1956).

6. Rosenlicht M. *A remark on quodient spaces.* // An. Acad. Brasil. Ci. – 35. –487-489(1963).

PROGECTIVE INVARIANTS FOR LINEAR 2-WEBS

I.S. Streltsova

In this paper we describe the structure of the field of projective differential rational invariants for linear planar 2-webs. We show that this field is generated by basic differential invariants of the second and the third order and invariant derivatives.

Keywords: Projective differential invariants, invariant derivatives.

УДК 514.113.5

О МНОГОГРАННИКАХ С РОМБИЧЕСКИМИ ГРАНЯМИ И ПАРАЛЛЕЛОЭДРАХ

В.И. Субботин[1]

1 *geometry@mail.ru*; Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)

В статье устанавливается связь трёхмерных параллелоэдров с некоторыми выпуклыми многогранниками с ромбическими гранями. Доказано, что каждый так называемый правильный параллелоэдр может быть получен преобразованием удлинения или отсечением вершин из некоторого выпуклого многогранника с ромбическими гранями.

Ключевые слова: Многогранник с ромбическими гранями, преобразование удлинения, правильный параллелоэдр.

Выпуклый многогранник P называется трёхмерным *параллелоэдром*, если все пространство E^3 можно разбить на параллельные копии P. Всего существует пять аффинных типов параллелоэдров: параллелепипед, 6-угольная призма, ромбододекаэдр, удлиненный ромбододекаэдр и усеченный октаэдр (см., например, [1]).

Из указанных аффинных типов выделим по одному параллелоэдру, которые удобно назвать *правильными*.

Определение. *Правильным будем называть параллелоэдр, гранями которого могут быть равные между собой ромбы и (или) правильные многоугольники и который является единственным с точностью до подобия в своем аффинном классе.*

Согласно этому определению, правильные параллелоэдры следующие: куб, правильная 6-угольная призма с квадратными боковыми гранями, ромбододекаэдр, усеченный октаэдр с правильными 6-угольными и квадратными гранями, 12-гранник с правильными 6-угольными и ромбическими гранями — удлиненный ромбододекаэдр.

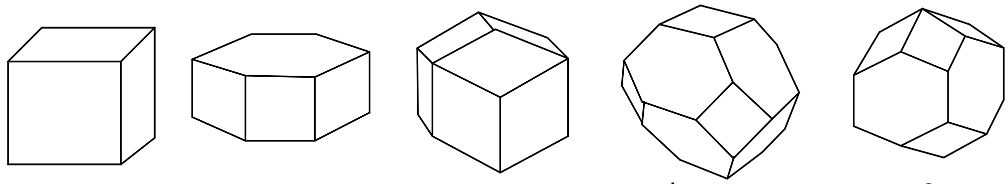

Рис. 1. Правильные параллелоэдры

Рассмотрим фигуру K, составленную из n равных ромбов с общей вершиной A как фигуру, отделённую от многогранника. Пусть K имеет ось вращения порядка n, проходящую через вершину A. Тогда K будем называть *n–ромбической шапочкой* с вершиной A.

Далее, *преобразование удлинения* (вдоль оси вращения) многогранника означает такой сдвиг его двух равных зеркально симметричных и обращённых вогнутыми частями друг к другу ромбических шапочек вдоль общей оси вращения этих шапочек, что расстояние между вершинами шапочек увеличивается. При этом раздвигаемые общие вершины ромбов шапочек, отличные от вершин шапочек, будут концами новых равных и параллельных оси сдвига ребер.

Примером многогранника, полученного преобразованием удлинения ромбододекаэдра является один из параллелоэдров – удлинённый ромбододекаэдр (Рис. 1,e).

В следующем утверждении правильный плоский 6-угольник рассматривается как предельная форма 3-ромбической шапочки, у которой три ромба в вершине шапочки имеют тупые углы по $2\pi/3$. Таким образом, две зеркально расположенные ромбические шапочки совпадают и образуют в этом случае дважды покрытый плоский правильный 6-угольник; его будем считать замкнутым выпуклым многогранником — ромбоэдром, составленным из двух 3-ромбических шапочек. Аналогично, квадрат рассматривается как предельная форма 4-ромбической шапочки, у которой четыре ромба становятся квадратами. В этом случае две зеркально расположенные 4-ромбические шапочки совпадают и образуют дважды покрытый квадрат, который так же будем считать замкнутым выпуклым многогранником.

Теорема. *Для каждого правильного параллелоэдра P существует единственный многогранник R с ромбическими гранями такой, что P может быть получен из R либо преобразованием удлинения, либо (в случае, когда P — усеченный октаэдр) полным отсечением ромбических вершин.*

Операция отсечения вершины определяется, например, в [2, с. 439]. Отсечение названо полным, когда секущая плоскость проходит через концы рёбер, инцидентных отсекаемой вершине.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности» в рамках научного проекта №16-41-240670.

Литература

1. Александров А. Д. *Выпуклые многогранники.* – Новосибирск: Наука, 2007. – 492 с.

2. Циглер Г. М. *Теория многогранников.* – М.: МЦНМО, 2014. – 568 с.

ON POLYHEDRA WITH RHOMBIC FACES AND PARALLELOHEDRA

V.I. Subbotin

The article establishes the connection between three-dimensional parallelohedra and certain convex polyhedra with rhombic faces. It is proved that every so-called regular parallelohedron can be obtained by transforming an elongation or cutting off vertices from some convex polyhedron with rhombic faces.
Keywords: Polyhedron with rhombic faces, transformation of elongation, regular parallelohedron.

УДК 514.76

АФФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ОДНОГО ТИПА ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗНОСТИ

А.Я. Султанов[1]

1 *sultanovaya@rambler.ru*; Пензенский государственный университет

В настоящей заметке устанавливается максимальная размерность алгебр Ли $g(\nabla)$ инфинитезимальных аффинных преобразований многообразия M размерности n, снабженного линейной связностью ∇. Предполагается, что многообразие M является связным и имеющим класс гладкости C^∞, а линейная связность ∇ – не имеющей кручения, то есть с нулевым тензорным полем кручения T.

Ключевые слова: Дифференцируемое многообразие, линейная связность, инфинитезимальное аффинное преобразование, алгебра Ли.

1. Основные понятия

Пусть M – связное n-мерное вещественное многообразие размерности n, $C^\infty(M)$ – алгебра гладких класса C^∞ функций, заданных на M, $\Im^1_0(M)$ – модуль векторных полей над алгеброй $C^\infty(M)$ на M.

Определение 1.1 [1]. *Линейной связностью на M называется отображение $\Im^1_0(M)\times\Im^1_0(M)\to\Im^1_0(M)$ (обозначаемое $\nabla(X,Y)=\nabla_X Y$), удовлетворяющее следующим условиям:*

$$\nabla_X(Y+Z)=\nabla_X Y+\nabla_X Z,$$

$$\nabla_X(fZ)=f\nabla_X Y+(Xf)Z,$$

$$\nabla_{X+Y} Z=\nabla_X Z+\nabla_Y Z,$$

$$\nabla_{fX} Y=f\nabla_X Y$$

для любых $f\in C^\infty(M)$, $X,Y,Z\in\Im^1_0(M)$.